

# Rappel sur les suites : Programme de la première BAC

Soit I une partie de  $\mathbb{N}$  ,  $I = \{n \in \mathbb{N} / n \ge n_0\}$  .Une suite u, est une application de I vers  $\mathbb{R}$  . On pose  $u(n) = u_n$ .la suite u est alors notée  $(u_n)_{n \in I}$  ou  $(u_n)_{n \ge n_0}$ 

$(u_n)_{n\in I}$ est minorée $\Leftrightarrow$	$(u_n)_{n\in I}$ est majorée $\Leftrightarrow$	$(u_n)_{n\in I}$ est bornée $\Leftrightarrow$
$(\exists m \in \mathbb{R})(\forall n \in I): u_n \geq m$	$(\exists M \in \mathbb{R})(\forall n \in I)$ : $u_n \leq M$	$(u_n)_{n\in I}$ est minorée et majorée
$(u_n)_{n\in I}$ est croissante $\Leftrightarrow$	$(u_n)_{n\in I}$ est décroissante $\Leftrightarrow$	$(u_n)_{n\in I}$ est constante $\Leftrightarrow$
$\forall n \in I; \ u_{n+1} \ge u_n$	$\forall n \in I; \ u_{n+1} \leq u_n$	$\forall n \in I; \ u_{n+1} = u_n$

# Suites arithmétiques Suites géométriques

#### Définition

- $(u_n)$  est une suite arithmétique si et seulement si il existe un réel r tel que
  - $(\forall n \in \mathbb{N}); \quad u_{n+1} = u_n + r$
- $\ \, \bigstar \ \, \left(u_{\scriptscriptstyle n}\right) \text{ est arithm\'etique} \Leftrightarrow \left(u_{\scriptscriptstyle n+1}-u_{\scriptscriptstyle n}\right) \text{est constante}$

#### Définition

 $(u_n)$  est une suite géométrique si et seulement si il existe un réel q tel que,

$$(\forall n \in \mathbb{N}); \quad u_{n+1} = q \times u_n$$

$$(u_n)$$
 est géométrique  $\Leftrightarrow \left(\frac{u_{n+1}}{u_n}\right)$  est constante

### Expression de $u_n$ en fonctions de n

 Si la suite (u<sub>n</sub>) est arithmétique de premier terme u<sub>0</sub>

et de raison r , pour tout entier naturel n  $u_{\scriptscriptstyle n} = u_{\scriptscriptstyle 0} + nr$ 

- Les suites arithmétiques sont les suites de la forme  $(an+b)_{n\in\mathbb{N}}$  où a et b sont deux réels
- Pour tous entiers naturels n et p,  $u_n = u_p + (n-p)r$

# Expression de $u_n$ en fonctions de n

 Si la suite (u<sub>n</sub>) est géométrique de premier terme u<sub>0</sub>

et de raison q , pour tout entier naturel n ,  $u_{\scriptscriptstyle n} = u_{\scriptscriptstyle 0} \times q^{\scriptscriptstyle n}$ 

- les suites géométriques sont les suites de la forme  $(a \times b^n)_{n \in \mathbb{N}}$  où a et b sont deux réels
- Pour tous entiers naturels n et p ,  $u_n = u_p \times q^{n-p}$  (Pour  $q \neq 0$  si  $n \leq p$  )

### Suites arithmétiques et moyennes arithmétiques

■ Pour tout entier naturel n non nul

$$u_{n+1} + u_{n-1} = 2u_n$$
 et  $u_n = \frac{u_{n+1} + u_{n-1}}{2}$ 

# Suites géométriques et moyennes géométriques

Pour tout entier naturel n non nul,

 $u_{n+1} \times u_{n-1} = u_n^2$  et  $u_n = \sqrt{u_{n+1} \times u_{n-1}}$ (Si  $(u_n)$  est une suite positive)

### Somme de terme consécutif d'une suite arithmétique

■ Pour tout entier naturel *n* non nul

$$1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

lacktriangle Pour tous entiers naturels n et p tel que  $p \leq n$  ,

$$\begin{split} u_{p} + u_{p+1} + \dots + u_{n} &= \frac{(n-p+1) \left(u_{p} + u_{n}\right)}{2} \\ &= \frac{\left(nbre \ de \ terme\right) \times \left(1er \ terme + dernier \ terme\right)}{2} \end{split}$$

- Somme de terme consécutif d'une suite géométrique
  - Pour tout entier naturel n et tout nombre réel q

$$1 + q + q^{2} + \dots + q^{n} = \begin{cases} \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} & \text{si } q \neq 1\\ n + 1 & \text{si } q = 1 \end{cases}$$

lacktriangle Pour tous entiers naturels n et p tel que  $p \le n$  ,

$$\begin{aligned} u_p + u_{p+1} + \dots + u_n &= u_p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} \quad (si \ q \neq 1) \\ &= \left(1erterme\right) \times \frac{1 - q^{nbredeterme}}{1 - q} \end{aligned}$$

SAID CHERIF Année scolaire: 2018/2019 ItMAth